

Запрос пользователя:

Из изучаемой налоговыми органами обширной группы населения было случайным образом было отобрано 10 человек и собраны сведения об их доходах за истёкший год в тысячах рублей: $x_1, x_2, \dots, x_{10}$, найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию. Считая распределения доходов в группе нормальным и используя в качестве его параметров выборочное среднее и исправленную выборочную дисперсию, определить какой процент группы имеет годовой доход, превышающий a тысяч рублей

Ответ AI:

Для решения задачи, давайте пройдемся по шагам.

- **Сбор данных**:** У нас есть 10 значений доходов, обозначенных как $x_1, x_2, \dots, x_{10}$. Предположим, что эти значения известны. Например, пусть доходы составляют: 50, 60, 55, 70, 65, 80, 75, 90, 85, 95 (в тысячах рублей).
- **Выборочное среднее**:** Выборочное среднее (M) рассчитывается по формуле: $M = (x_1 + x_2 + \dots + x_{10}) / n$, где n - количество наблюдений (в нашем случае $n = 10$). Подставим значения: $M = (50 + 60 + 55 + 70 + 65 + 80 + 75 + 90 + 85 + 95) / 10 = 70$.
- **Выборочная дисперсия**:** Выборочная дисперсия (S^2) рассчитывается по формуле: $S^2 = \sum (x_i - M)^2 / (n - 1)$, где $\sum$ - сумма по всем i от 1 до n . Сначала найдем $(x_i - M)^2$ для каждого значения: $(50 - 70)^2 = 400$, $(60 - 70)^2 = 100$, $(55 - 70)^2 = 225$, $(70 - 70)^2 = 0$, $(65 - 70)^2 = 25$, $(80 - 70)^2 = 100$, $(75 - 70)^2 = 25$, $(90 - 70)^2 = 400$, $(85 - 70)^2 = 225$, $(95 - 70)^2 = 625$. Теперь найдем сумму: $\sum (x_i - M)^2 = 400 + 100 + 225 + 0 + 25 + 100 + 25 + 400 + 225 + 625 = 2100$. Теперь подставим в формулу: $S^2 = 2100 / (10 - 1) = 2100 / 9 \approx 233.33$.
- **Исправленная выборочная дисперсия**:** Исправленная выборочная дисперсия (S^2) равна той же величине, так как мы уже использовали $n - 1$ в расчетах. Таким образом, $S^2 = 233.33$.
- **Определение процента группы с доходом выше a тысяч рублей**:** Предположим, что $a = 80$. Мы будем использовать нормальное распределение с параметрами $M = 70$ и $S^2 = 233.33$. Сначала найдем стандартное отклонение: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{233.33} \approx 15.33$. Теперь найдем Z -значение для $a = 80$: $Z = (a - M) / S = (80 - 70) / 15.33 \approx 0.65$. Теперь используем таблицу стандартного нормального распределения, чтобы найти вероятность $P(Z < 0.65)$. Это значение примерно равно 0.742. Таким образом, процент группы с доходом выше 80 тысяч рублей будет: $P(Z > 0.65) = 1 - P(Z < 0.65) = 1 - 0.742 = 0.258$. Переведем в

проценты: $0.258 * 100\% \approx 25.8\%$. Итак, примерно 25.8% группы имеет годовой доход, превышающий 80 тысяч рублей.